

Problème 092 – D'une manière ou d'une autre au rugby

Niveau : Terminale (Spécialité S / Option Maths Expertes)

Chapitres : Arithmétique, Equations diophantiennes

Inédit, publié le 09/02/2020



Dans ce problème, nous nous intéressons aux scores du rugby à XV, et aux différentes manières de constituer un score. On rappelle qu'au rugby, on peut grossièrement classer les manières de marquer des points en 3 grandes catégories :

- * l'**essai** - le fait pour un joueur d'aplatir le ballon derrière la ligne adverse - rapporte 5 points
- * le **drop** ou la **pénalité**, qui sont chacun des coups de pied entre les poteaux dans le cours du jeu (hors transformation), rapportent 3 points.
- * la **transformation**, qui est le coup de pied de bonus suivant un essai, rapporte 2 points.

1) Lors de la dernière Coupe du Monde de Rugby, jouée au Japon, la finale a été remportée par l'équipe d'Afrique du Sud (les Springboks) qui a battu l'équipe d'Angleterre (le XV de la Rose) sur le score de 32 à 12. Au cours de ce match, au total 2 essais, 10 pénalités, et 2 transformations ont été marquées, pour un total de 44 points. Cela veut notamment dire que 40 points ont été marqués hors transformations.

Donner, sans justifier, toutes les autres manières de marquer 40 points rien qu'avec des essais et des coups de pied à 3 points.

2) Dans le match avec le plus grand écart dans l'histoire de cette Coupe de Monde, il faut remonter en 2003, lorsque l'équipe d'Australie (les Wallabies) avait infligé un terrible 142 à 0 à l'équipe de Namibie (les Welwitschias). Dans ce match, l'équipe d'Australie avait marqué 22 essais et 16 transformations.

On cherche à déterminer toutes les combinaisons possibles d'essais et de transformations (donc

sans coups de pied à 3 points) qui auraient permis à l'équipe d'Australie d'avoir exactement le même nombre de points ce jour-là. On rappelle qu'on ne peut pas avoir plus de transformations que d'essais.

- a) Montrer que l'équipe d'Australie ne pouvait pas marquer, ce jour là, plus de 28 essais tout en conservant le même score (sans coups de pieds à 3 points).
- b) Montrer qu'elle ne pouvait pas non plus, pour le même score, marquer moins de 22 essais (sans coups de pieds à 3 points).
- c) En déduire toutes les combinaisons possibles qui répondent à la question.

3) On regarde maintenant le bilan de l'équipe de France de rugby (le XV de France) sur la totalité des Coupes du Monde de rugby depuis sa création. En 8 Coupes du Monde, La France a marqué 183 essais et 151 coups de pieds à 3 points (140 pénalités, 11 drops). Cela équivaut à un total de 1 368 points (*).

On cherche à déterminer le **nombre de combinaisons** possibles d'essais et de coups de pieds à 3 points (donc hors transformations) qui auraient permis à la France d'obtenir le même nombre de points.

- a) Montrer que cette question revient à compter le nombre de solutions $(x,y) \in \mathbb{N}^2$ de l'équation :

$$5x + 3y = 1368 \quad (1)$$

- b) Déterminer une solution particulière $(x_0, y_0) \in \mathbb{N}^2$ de l'équation (1).
- c) Déterminer dans \mathbb{Z}^2 , toutes les solutions possibles de l'équation (1).
- d) Déterminer les valeurs maximales possibles de x et y .
- e) Conclure en trouvant le nombre de combinaisons (x,y) possibles qui répondent au problème posé.

() En réalité, la France a marqué moins de points car la valeur d'un essai n'a été portée de 4 à 5 points qu'en 1992, soit 5 ans après la 1^{ère} Coupe du Monde. On ignorera ce point historique ici.*